Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2020

Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

A. Mathematik und Physik
B. Grundlagen der Elektrotechnik
C. C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt **30 Minuten**. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

Test: Teil A „Mathematik und Physik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil A 30 Minuten

6 Aufgaben (Teil A)

Name: ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Σ			

Aufgaben aus der Mathematik

(2020)

Aufgabe 1:

Berechnen Sie den Gradienten der Skalarfelder $f\ (x, y) = xy + xy^2 + 7x^2 - 3$ und $g\ (x, y, z) = x^2y^2 + z^2$ und bestimmen Sie Rotation und Divergenz des Vektorfeldes

$$\boldsymbol{F}\ (x, y, z) = (x^2, y, z).$$

In welchem Punkt (x, y, z) ist das Vektorfeld $\boldsymbol{F}$ quellenfrei?

Aufgabe 2:

Gegeben ist die folgende Differentialgleichung:

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = x\ sinx$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $y = y\ (x)$ dieser Differentialgleichung!

Aufgabe 3:

Gegeben ist das Vektorfeld $\boldsymbol{G}\ (x, y, z) = (-y, x, 0)$.

Berechnen Sie das Linienintegral des Vektorfeldes auf dem Weg $\boldsymbol{r}\ (t)$ vom Punkt

$\boldsymbol{r}\ (0) = (0, 0, 0)$ zum Punkt $\boldsymbol{r}\ (1) = (2, 2, 0)$

entlang der entsprechenden Diagonalen.

Aufgaben aus der Physik

(2020)

Aufgabe 1:

Die Beschleunigung *a* eines sich auf der x-Achse bewegenden Massepunktes nimmt ständig mit der Zeit ab; es gilt $a(t) = \alpha - \beta\, t$ mit $\alpha = 4\ m/s^2$ und $\beta = 2\ m/s^3$.

Zur Zeit $t_0 = 0$ besitzt der Massepunkt im Nullpunkt der x-Achse eine Geschwindigkeit $v_0 = -\ (5/3)\ m/s$.

a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung des Massepunktes!

b) Bestimmen Sie Zeit und Ort, wo der Massepunkt seine Bewegungsrichtung ändert!

Aufgabe 2:

An eine in Ruhelage befindliche und vertikal aufgehängte Feder mit der Federkonstanten *c* wird eine Kugel mit der Masse *m* und dem Radius *R* angehängt. Die konstante Erdbeschleunigung ist *g*. Anschließend wird die an der Feder hängende Kugel in eine Flüssigkeit mit der Dichte ϱ getaucht.

a) Skizzieren Sie die Anordnung!

b) Berechnen Sie die Ruhelage der Kugel ohne und mit Flüssigkeit!

c) Bestimmen Sie die Frequenz der Schwingung, welche die in der Flüssigkeit befindliche Kugel ausführt!

Hinweis: Der Einfluss von Reibung ist zu vernachlässigen.

Aufgabe 3:

An einem Wasserfall stürzt das Wasser $h = 50\ m$ hinunter. Es soll angenommen werden, dass die gesamte potentielle Energie in Wärmeenergie umgewandelt wird. Dabei sind Wärmeverluste zu vernachlässigen.

Frage: Wie hoch ist der Temperaturanstieg des Wassers, der durch den Fall hervorgerufen wird?

Hinweise: Erdbeschleunigung: $g = 9{,}81\ m/s^2$, Wärmekapazität des Wasser $c_p = 4{,}19\ J/(K\ kg)$.

Test: Teil B „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:

- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil B 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil B)

Name: .... Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Prüfungsteil „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!
Zugelassene Hilfsmittel: • nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe • Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes Papier

20 Punkte, 30 Minuten

Name: ____

Hinweise:

- Beschriften Sie alle Blätter, die Lösungsteile enthalten, mit ihrem Namen!
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.
- Achten Sie auf die Angabe von Einheiten!

Nur von den Korrektoren auszufüllen:

Aufgabennummern	Punktesumme	Korrektor
1		
2		
3		
4		
Σ		

Aufgabe 1 **(5 Punkte)**

Gegeben ist das Netzwerk nach Abbildung 1. Die nichtlinearen Widerstände R_{NL} besitzen die Kennlinie $i_{\mathrm{NL}}(u_{\mathrm{NL}}) = a \cdot u_{\mathrm{NL}}{}^3$. Es gilt: $a = \frac{1}{8}\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V}^3}$, $I_\mathrm{q} = 3$ A, $U_\mathrm{q} = 4$ V und $R = 5\ \Omega$.

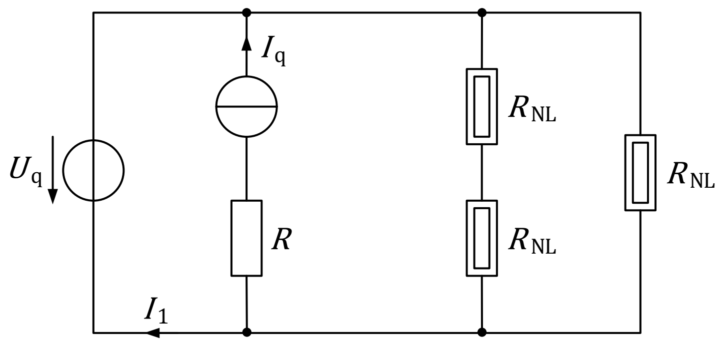


Abbildung 1: Netzwerk mit nichtlinearen Widerständen

a) Berechnen Sie die Leistung W_R, die im Widerstand R umgesetzt wird!

b) Berechnen Sie den Strom I_1!

Aufgabe 2 **(4 Punkte)**

Gegeben ist der Netzwerkausschnitt nach Abbildung 2. Es gilt: $I = 4$ A, $U = 5$ V, ${}^eU = -11$ V, $\varphi_0 = 6$ V und $R = 5\ \Omega$.

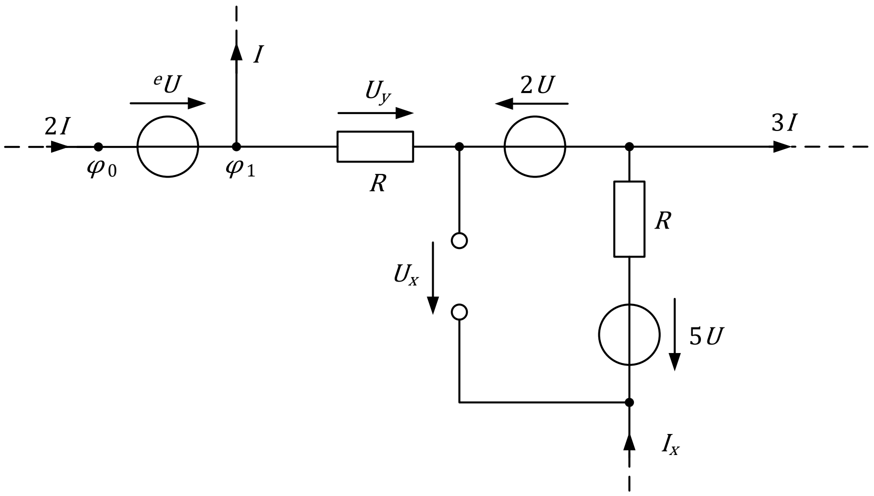


Abbildung 2: Netzwerkausschnitt

a) Berechnen Sie das Potential φ_1!

b) Berechnen Sie die Spannung U_y!

c) Berechnen Sie den Strom I_x!

d) Berechnen Sie die Spannung U_x!

Aufgabe 3 **(7 Punkte)**

Gegeben ist die Anordnung zweier Bereiche unterschiedlicher Permittivität nach Abbildung 3. Die elektrischen Feldstärken sind im Bereich A und im Bereich B jeweils homogen verteilt. Für die z-Komponente des elektrischen Feldes im Bereich A gilt: $E_{\mathrm{A},z} = \frac{2U_0}{a}$. Für die Wegintegrale der elektrischen Felder $\vec{E}_\mathrm{A}$ und $\vec{E}_\mathrm{B}$ über die Wege S_1 und S_2 in der x-y-Ebene gilt: $\int_{s_1} \vec{E}_\mathrm{B}\, \mathrm{d}\vec{s}_1 = 3U_0$ und $\int_{s_2} \vec{E}_\mathrm{A}\, \mathrm{d}\vec{s}_2 = 3U_0$. Es gilt $\varepsilon_\mathrm{A} = \varepsilon_0$ und $\varepsilon_\mathrm{B} = 2\varepsilon_0$. Die Größen a und U_0 sind gegeben.

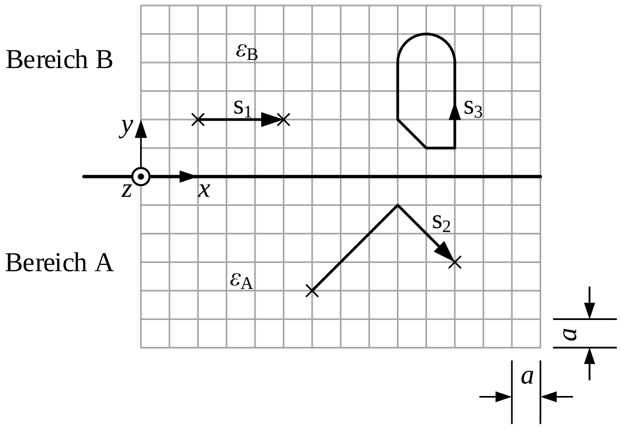


Abbildung 3: Permittivitätsgrenzschicht

a) Bestimmen Sie die Komponenten $E_{A,x}$, $E_{A,y}$ und $E_{A,z}$ der elektrischen Feldstärke im Bereich A sowie die Komponenten $E_{B,x}$, $E_{B,y}$ und $E_{B,z}$ der elektrischen Feldstärke im Bereich B in Abhängigkeit von den gegebenen Größen!

b) Bestimmen Sie die Zirkulation $\oint \vec{E}_B\, \mathrm{d}\vec{s}_3$ entlang des eingezeichneten Weges s_3 in Abhängigkeit von den gegebenen Größen!

Aufgabe 4 **(4 Punkte)**

Gegeben ist das lineare Netzwerk in Abbildung 4. Es gilt: $u_\mathrm{q}(t) = U \cdot \sqrt{2} \cdot [1 + 2 \cdot \cos(\omega_1 t) + 5 \cdot \cos(2\omega_1 t - 90°)]$, $\omega = 10000\ \frac{1}{\mathrm{s}}$, $C = 50\ \mu\mathrm{F}$, $R = 2\ \Omega$ und $U = 1\ \mathrm{V}$.

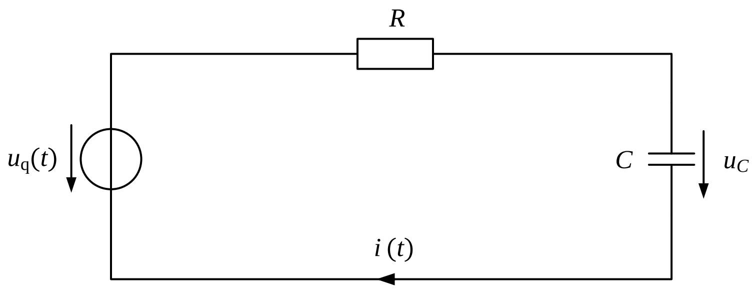


Abbildung 4: Lineares Netzwerk

Berechnen Sie den Strom $i(t)$!

Test: Teil C1 „Signale/Systeme“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil C1)

Name: .... Nr.: ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Eingangstest „Signale und Systeme“

Aufgabe 1

Gegeben ist ein lineares System mit der Zuordnungsvorschrift: $f(t) \to g(t) = a\ f(t + t_0)$

1.1 Unter welcher Bedingung ist das System kausal?
1.2 Bestimmen Sie die Impulsantwort des Systems.

Das Eingangssignal sei $f(t) = \sin(4\omega_0 t)$

1.3 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte G(jw) von g(t) und skizzieren Sie $|G(jw)|$.

Aufgabe 2

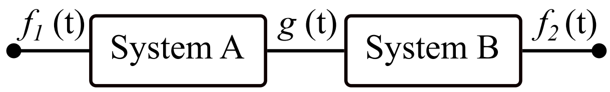
Die Folge $\{x(k)\}$ am Eingang eines diskreten LTI Systems ergibt am Ausgang die Folge:

$\{y(k)\} = a_0\ \{x(k)\} + a_1\ \{x(k-1)\} + b_1\ \{y(k-1)\}$

2.1 Berechnen Sie die Systemfunktion $H(z)$ des Systems.
2.2 Berechnen Sie die Impulsantwort $h(k)$ des Systems.

Aufgabe 3

Es wird eine Kettenschaltung aus System A und B betrachtet:



Das System A wird mit der Zeitfunktion: $f_1(t) = \frac{1}{4}\ \sin(3\omega_0 t - \varphi_0)$ erregt.

Hinweis: $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$

3.1 Geben Sie allgemein die Darstellung der Funktion $f_1(t)$ als reelle Fourierreihe dar.
3.2 Berechnen Sie die reellen Fourierkoeffizienten von $f_1(t)$.

Die Zuordnungsvorschrift des System A lautet: $f_1(t) \rightarrow g(t) = f_1^2(t) - f_1(t)$

3.3 Geben Sie eine Übertragungsfunktion für das zeitinvariante System B an, damit am Ausgang für $f_2(t)$ die ursprüngliche Funktion $f_1(t)$ erscheint.

Hinweis: $\sin^2(x) = \frac{1}{2}\,(1 - \cos(2\,x))$

Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System $f(t) \rightarrow g(t)$ mit der Impulsantwort:

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\frac{t}{T}}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet:

$$f(t) = \begin{cases} \mathrm{A}, & 0 \leq t \leq \mathrm{T} \\ 0, & t < 0 \cap t > \mathrm{T} \end{cases}$$

4.1 Geben Sie in allgemeiner Form die Vorschrift für die Berechnung der Reaktion $g(t)$ auf die Erregung $f(t)$.
4.2 Berechnen Sie die Reaktion $g(t)$ im Bereich $t \geq 0$.

Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil C2)

Name: .... Nr.: ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Regelungstechnik I

Aufgabe 1

Gegeben ist das System $G_1(s)$ (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$), das mit dem Regler $G_{R1}(s)$ geregelt werden soll (neg. Rückführung). Es gilt

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{s-1}, \quad G_{R1}(s) = \frac{1+2\,s}{s}. \tag{1}$$

a) Beurteilen Sie die Stabilität des Systems $G_1(s)$.

b) Geben Sie den Reglertyp des Reglers $F_{R1}(s)$ und seine beiden Reglerparameter an.

c) Bestimmen Sie die Führübertragungsfunktion $F_W(s) = \frac{Y(s)}{W(s)}$ des geschlossenen Regelkreises, wenn $w(t)$ die Führungsgröße des Regelkreises ist.

Aufgabe 2

Gegeben ist das System $G_2(s) = G_1(s)$ mit dem Regler $G_{R2}(s) = K_R G_{R1}(s)$ ($K_R > 0$, neg. Rückführung).

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises.

b) Markieren Sie die Stelle der WOK, an der der geschlossene Regelkreis eine Dauerschwingung ausführt.

Regelungstechnik II

Aufgabe 3

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingang $u(t)$, Ausgang $y(t)$, Zustand $x(t)$) lautet

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t), \quad y(t) = c^T\,x(t) \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Beurteilen Sie die Stabilität des Systems.

b) Wie lautet die Systemmatrix der Systemdarstellung in Diagonalform?

c) Berechnen Sie eine Zustandsrückführung $u = k^T x$ derart, dass die Eigenwerte des geschlossenen Kreises bei $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$ liegen?

d) Wie lautet das Gütekriterium für den Entwurf eines Zustandsreglers nach quadratischer Optimierung mit unendlichem Optimierungshorizont?

Aufgabe 4

Gegeben ist wieder die Zustandsraumdarstellung des Systems aus Aufgabe 3.

a) Ist das System vollständig beobachtbar?

b) Skizzieren Sie das Blockschaltbild eines Zustandsbeobachters.