

# Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2019

## Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

- A. **Mathematik und Physik**
- B. **Grundlagen der Elektrotechnik**
- C. **C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik**

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt **30 Minuten**. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

## Test: Teil A „Mathematik und Physik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:

- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

**Bearbeitungszeit für Test: Teil A 30 Minuten**

**6 Aufgaben (Teil A)**

Name:.....

**Hinweise :**

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
$\Sigma$			

## Aufgaben aus der Mathematik

(2019)

### Aufgabe 1:

Ein rechteckiger oben offener Behälter mit einem Inhalt von  $32 \text{ m}^3$  soll so gebaut werden, dass seine Oberfläche minimal ist.

Die Kantenlängen des Behälters sind:  $x, y, z$ .

Bestimmen Sie die Kantenlängen!

### Aufgabe 2:

Gegeben ist die folgende Differentialgleichung:

$$\frac{dy}{dx} = -2x(y^2 - y)$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung  $y = y(x)$  dieser Differentialgleichung!

Hinweis:  $\int \frac{dy}{y(y-1)} = \ln \left| \frac{y-1}{y} \right|$

### Aufgabe 3:

Gegeben ist das Vektorfeld  $f(x) = \begin{pmatrix} x \\ xy \end{pmatrix}$ .

Berechnen Sie das Wegintegral  $\int_K f dx = \int_K x dx + xy dy$  für die drei Wege  $K_a, K_b, K_c$  von den Koordinaten  $(0,0)$  nach  $(1,1)$ , wobei gilt:

$$K_a: x = \begin{pmatrix} t \\ t \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 1. \quad K_b: x = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 1.$$

$$K_c = K_1 \cup K_2, \text{ mit } K_1: x = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 1 \quad \text{und} \quad K_2: x = \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix}, 0 \leq t \leq 1$$

## Aufgaben aus der Physik

(2019)

### Aufgabe 1:

Eine Person mit der Masse  $m = 70 \text{ kg}$  steht in einem Fahrstuhl.

Welche Kraft wird vom Boden des Fahrstuhls auf diese Person ausgeübt:

- wenn der Fahrstuhl stillsteht,
- wenn der Fahrstuhl sich mit der Beschleunigung von  $2,5 \text{ ms}^{-2}$  nach oben bewegt,
- wenn der Fahrstuhl sich mit der Beschleunigung von  $2,5 \text{ ms}^{-2}$  nach unten bewegt,
- wenn die Seile reißen und der Fahrstuhl im freien Fall nach unten fällt?

Hinweis: Erdbeschleunigung:  $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$

### Aufgabe 2:

Mit Hilfe eines Echolotes, das am Rumpf eines Schiffes in 5 m Tiefe unterhalb der Wasseroberfläche angebracht ist, wird die Wassertiefe bestimmt. Dazu erzeugt der Schallerreger eine Schallwelle mit der Frequenz von 600 Hz. Nach 6 Sekunden trifft der am Boden reflektierte Schall am Echoempfänger ein, der sich am gleichen Ort wie der Schallerreger befindet.

- Wie groß ist die Wellenlänge der verwendeten Schallwellen im Wasser?
- Wie groß ist die tatsächliche Wassertiefe, wenn das Schiff steht?
- Wie groß ist die Abweichung der gemessenen Wassertiefe, wenn das Schiff mit einer Geschwindigkeit von 50 km pro Stunde fährt?

Hinweis: Schallgeschwindigkeit bei  $10^\circ\text{C}$  in Wasser  $1450 \text{ ms}^{-1}$

### Aufgabe 3:

In einem Aquarium ist der Wasserspiegel  $h = 1,2 \text{ m}$  über dem Boden. Am Boden wird Luft zugeführt, die in kugelförmigen Luftblasen nach oben steigt. Am Boden haben die Luftblasen den Durchmesser von  $d_{\text{unten}} = 2 \text{ mm}$ . Das Wasser im Aquarium hat überall die gleiche Temperatur. Der äußere Luftdruck ist  $p = 1010 \text{ hPa}$ .

Frage: Welchen Durchmesser  $d_{\text{oben}}$  haben die Luftblasen dicht unter der Wasseroberfläche?

Hinweis: Die Wichte des Wassers ist:  $\gamma = 0,98 \cdot 10^4 \text{ Nm}^{-3}$

## Prüfungsteil „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

### Zugelassene Hilfsmittel

- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

**20 Punkte, 30 Minuten**

Name: \_\_\_\_\_

### Hinweise:

- Beschriften Sie alle Blätter, die Lösungsteile enthalten, mit Ihrem Namen!
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabennummer	Punkte	Korrektor
1		
2		
3		
4		
$\Sigma$		

**Aufgabe 1 – Nichtlineare Last**

(6 Punkte)

Gegeben ist das Netzwerk nach Abb. 1. Der nichtlineare Widerstand  $R_{NL}$  hat eine im Verbraucherpfeldsystem ermittelte Kennlinie nach Abb. 2. Es gilt:  $I_q = 400 \text{ mA}$  und  $R = 10 \Omega$ .

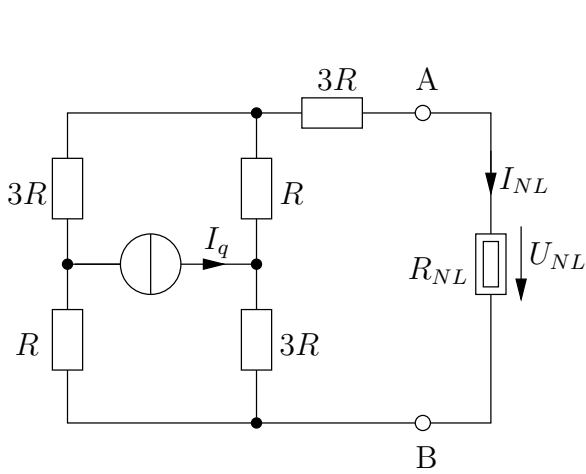


Abbildung 1: Netzwerk

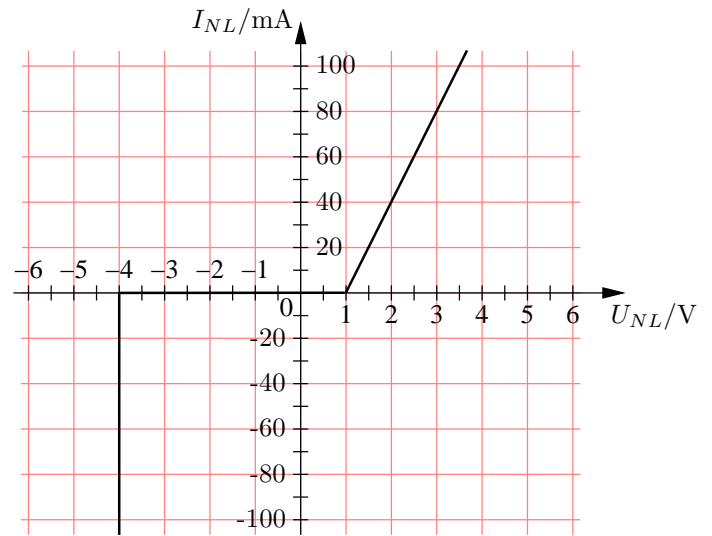


Abbildung 2: Kennlinie von  $R_{NL}$

- Zeichnen Sie die äquivalente Ersatzspannungsquelle des Netzwerks links der Klemmen AB und berechnen Sie ihre charakteristischen Größen!
- Bestimmen Sie  $U_{NL}$  und  $I_{NL}$ !

**Aufgabe 2 – Transformatorische Induktion**

(5 Punkte)

Gegeben ist die widerstandsbehaftete, sich **ohne Verbindung kreuzende**, ebene Leiterschleife nach Abb. 3 mit dem Gesamtwiderstand  $R$ . Zu dieser befindet sich senkrecht das zeitveränderliche Magnetfeld  $B(t) = B_0 t$ . Die Größen  $B_0$ ,  $a$  und  $R$  sind gegeben. Die Rückwirkung des Stroms  $i(t)$  auf das Magnetfeld  $B(t)$  ist zu vernachlässigen.

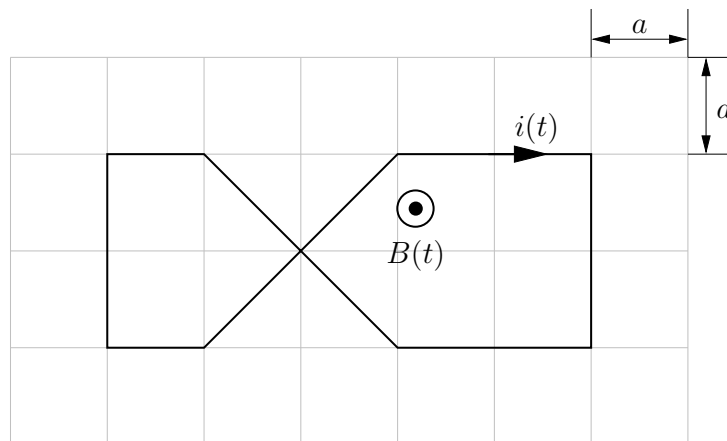


Abbildung 3: Sich ohne Verbindung kreuzende Leiterschleife

Bestimmen Sie den Strom  $i(t)$  in Abhängigkeit von den gegebenen Größen!

### Aufgabe 3 – Feldberechnung

(5 Punkte)

Gegeben ist die Anordnung der Punktladungen nach Abb. 4. Es gilt:  $Q = 96 \text{ pC}$  und  $\varepsilon = \varepsilon_0$  im gesamten Raum.

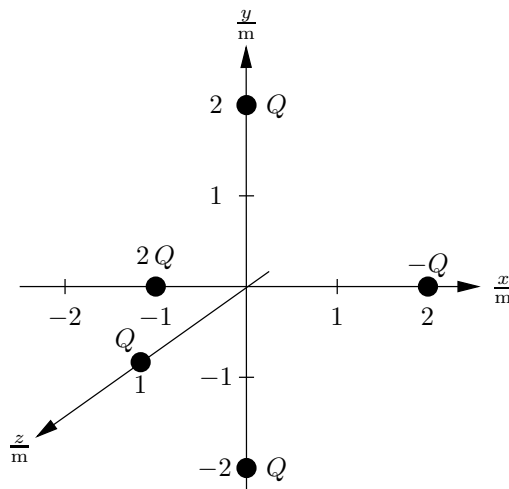


Abbildung 4: Ladungsverteilung

Berechnen Sie die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  im Punkt  $P(0,0,0)$ !

### Aufgabe 4 – Netzwerk mit zwei Speichern

(4 Punkte)

Gegeben ist das Netzwerk nach Abb. 5 mit der Gleichstromquelle  $I_q$ . Für  $t < 0$  ist der Schalter  $S$  geschlossen und alle Ausgleichsvorgänge sind abgeschlossen. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird der Schalter  $S$  geöffnet. Die Größen  $I_q$ ,  $R$ ,  $L$  und  $C$  sind gegeben. Alle Ergebnisse sind in Abhängigkeit von den gegebenen Größen anzugeben.

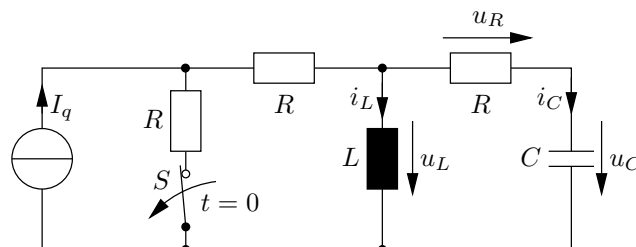


Abbildung 5: Netzwerk mit zwei Speichern

- Geben Sie die Anzahl der Zustandsgrößen an, die benötigt werden, um das Netzwerk in Abb. 5 vollständig zu beschreiben! Begründen Sie Ihre Antwort!
- Bestimmen Sie die Anfangs- und Endwerte  $u_L(t = 0^-)$ ,  $u_L(t \rightarrow \infty)$ ,  $i_L(t = 0^-)$ ,  $i_L(t \rightarrow \infty)$ ,  $i_C(t = 0^-)$  und  $i_C(t \rightarrow \infty)$ !

## Test: Teil C1 „Signale/Systeme“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:

- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

**Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten**

**4 Aufgaben (Teil C1)**

**Name:**.....

**Hinweise :**

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
$\Sigma$			



## Test „Signale und Systeme“

### Aufgabe 1

Gegeben ist ein zeitinvariantes System mit der Zuordnungsvorschrift  $f(t) \rightarrow g(t) = kf(t - t_0)$  gegeben.

- 1.1 Ist das System verzerrungsfrei?
- 1.2 Geben Sie die Impulsantwort des Systems?

Das Eingangssignal sei  $f(t) = \cos(\omega_0 t)$ .

- 1.3 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte  $G(j\omega)$  von  $g(t)$  und skizzieren Sie  $|G(j\omega)|$

### Aufgabe 2

Die Folge  $\{x(k)\}$  am Eingang eines linearen verschiebungsinvarianten diskreten Systems ergibt am Ausgang die Folge:

$$\{y(k)\} = a_0 \{x(k)\} + a_1 \{x(k-1)\} + b_1 \{y(k-1)\}$$

- 2.1 Berechnen Sie die Systemfunktion  $H(z)$  des Systems.
- 2.2 Berechnen Sie die Impulsantwort  $\{h(k)\}$  des Systems für  $0 \leq k \leq 4$ .

### Aufgabe 3

Es wird eine Kettenschaltung aus System 1 und 2 betrachtet.



Das System 1 wird mit der Zeitfunktion

$$f(t) = 4 \cos(\omega_0 t + p/2)$$

erregt.

- 3.1 Geben Sie allgemein die Darstellung der Funktion  $f(t)$  als Fourierreihe dar.
- 3.2 Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten von  $f(t)$ .

Die Zuordnungsvorschrift des System 1 lautet:

$$f(t) \rightarrow g(t) = f(t) + f^2(t)$$

3.3 Geben Sie eine Übertragungsfunktion für das lineare zeitinvariante System 2 an, damit am Ausgang für  $\hat{f}(t)$  die ursprüngliche Funktion  $f(t)$  erscheint.

**Hinweis:**

$$\cos^2(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x))$$

#### Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System  $f(t) \rightarrow g(t)$  mit der Impulsantwort:

$$h(t) = \begin{cases} A & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet

$$f(t) = \begin{cases} \exp(-\frac{t}{T}) & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

4.1 Geben Sie in allgemeiner Form die Vorschrift für die Berechnung der Reaktion  $g(t)$  auf die Erregung  $f(t)$ .

4.2 Berechnen Sie die Reaktion  $g(t)$  im Bereich  $0 \leq t \leq 2T$ .

## Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:

- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

**Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten**

**4 Aufgaben (Teil C2)**

**Name:**.....

**Hinweise :**

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
$\Sigma$			

## Regelungstechnik I

### Aufgabe 1

Gegeben ist das System  $F_1(s)$  (Eingangsgröße  $u(t)$ , Ausgangsgröße  $y(t)$ ), das mit dem Regler  $F_{R1}(s)$  geregelt werden soll (neg. Rückführung). Es gilt

$$F_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{s^2 + s}, \quad F_{R1}(s) = 3 \frac{1 + 4s}{1 + s}. \quad (1)$$

- Geben Sie den Reglertyp des Reglers  $F_{R1}(s)$  und seine Parameter an.
- Skizzieren Sie das Blockschaltbild des geschlossenen Regelkreises mit der Führungsgröße  $W(s)$  (Sollwert) als Eingangs- und der Regelgröße  $Y(s)$  als Ausgangsgröße.
- Bestimmen Sie die Führübertragungsfunktion  $F_W(s) = \frac{Y(s)}{W(s)}$  des geschlossenen Regelkreises.

### Aufgabe 2

Gegeben ist ein System mit der Übertragungsfunktion  $F_2(s)$ , das mit einem Regler mit der Übertragungsfunktion  $F_{R2}(s)$  in negativer Rückführung geregelt wird. Es gilt:

$$F_2(s) = \frac{s + 3}{s}, \quad F_{R2}(s) = \frac{K_R}{s + 2}, \quad K_R > 0$$

- Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises.
- Markieren Sie die Stelle der WOK, an der die Eigenbewegung des geschlossenen Kreises nicht schwingungsfähig ist und schnellstmöglichst abklingt.

## Regelungstechnik II

### Aufgabe 3

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingang  $u(t)$ , Ausgang  $y(t)$ , Zustand  $x(t)$ ) lautet

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), \quad y(t) = c^T x(t) \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c^T = (1 \ 0).$$

- Beurteilen Sie die Stabilität des Systems.
- Ist das System vollständig steuerbar?
- Wie lautet eine Zustandrückführung, die zu Eigenwerten des geschlossenen Kreises bei  $\lambda = -1$  führt.

### Aufgabe 4

Gegeben ist wieder die Zustandsraumdarstellung des Systems aus Aufgabe 3.

- Wie lautet die allgemeine Differentialgleichung eines Beobachters, der eine Rekonstruktion  $\hat{x}(t)$  des Systemzustands  $x(t)$  berechnet?
- Ist das System vollständig beobachtbar?