Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2018

Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

- **A. Mathematik und Physik**
- **B. Grundlagen der Elektrotechnik**
- **C. C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik**

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt **30 Minuten**. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

Test: Teil A „Mathematik und Physik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil A 30 Minuten

6 Aufgaben (Teil A)

Name:..

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Σ			

Aufgaben aus der Mathematik

(2017)

Aufgabe 1:
Gegeben ist die folgende Differentialgleichung ($y' = dy/dx$, usw.)

$$y'' + 4y' = 0.$$

Welche Lösung geht durch die Punkte $(0,0)$ und (a,b)? Der Fall $a = 0$ ist besonders zu untersuchen.

Aufgabe 2:
Gegeben sei ein Vektorfeld $\vec{V} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ in kartesischen Koordinaten $\vec{r} = (x,y,z)^T$

$$\vec{V}(\vec{r}) := \begin{pmatrix} x^2 + 5\lambda y + 3yz \\ 5x + 3\lambda xz - 2 \\ (\lambda + 2)xy - 4z \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie den Wert des Linienintegrals

$$\int_W \vec{V} \cdot d\vec{r} \tag{1}$$

mit dem Weg W, der über die auf der x-Achse beginnende erste Windung der Schraubenlinie mit dem Ortsvektor $\vec{r}(t) = (a\cos t, a\sin t, ct)^T$ von der Ganghöhe $h = 2\pi c$ laufen soll. Machen Sie zunächst eine Skizze für den mathematisch beschriebenen Weg W.

Aufgabe 3:
Gegeben sind zwei Ebenen im $\mathbf{R}^3$, die in folgender Weise charakterisiert sind:

$$\begin{aligned} G1: &\quad 2x + 4y - 3z - 2 = 0 \\ G2: &\quad -x + 2y - z - 4 = 0 \end{aligned}$$

Beantworten Sie folgende Fragen:

1. Zeigen Sie, dass sich die Ebenen in einer Schnittgeraden schneiden.

2. Geben Sie die Schnittgerade in parametrischer Form an, falls eine Schnittgerade existiert (vgl. Frage 1.)

3. Liegt der Punkt $(-2, 0, -2)$ auf der Schnittgeraden?

Aufgaben aus der Physik
(2017)

Aufgabe 1:
Welche Aussagen sind richtig, welche falsch?

1. Die Schwingungsdauer eines Fadenpendels hängt von der Fadenlänge ab.
2. Ein Fadenpendel schwingt umso schneller, je schwerer der Pendelkörper ist.
3. Eine lange Feder schwingt langsamer als eine kurze Feder.
4. Eine harte Feder führt in der gleichen Zeit mehr Schwingungen durch als eine weiche Feder, wenn an beiden die gleiche Masse hängt.
5. Die Amplitude der Schwingung eines Fadenpendels hängt von der Länge des Fadens ab.

Begründen Sie Ihre Antwort mit einer rechnerischen Analyse.

Aufgabe 2:
Zwei Hochtonlautsprecher schwingen mit f = 15 kHz und befinden sich im Abstand g = 5,0 cm. (c = 340 m/s) Ein Mikrofon wird im Abstand a = 10 cm entlang der y-Achse bewegt. Der Nullpunkt der y-Achse liegt gegenüber dem Mittelpunkt der Verbindungsgeraden zwischen den beiden Lautsprechern.

1. Skizzieren die Anordnung.
2. Unter welchen Bedingungen registriert das Mikrofon maximale Lautstärke?
3. Berechne Sie für die Lage des Mikrofons bei y= +1,4 cm den Gangunterschied der beiden Wellen und ermitteln Sie, ob dort ein Maximum, ein Minimum oder etwas dazwischen existiert.

Aufgabe 3:
Ihr Auto fährt mit einer Geschwindigkeit von 100 km pro Stunde und Sie müssen nun auf eine Geschwindigkeit $v < 100$ km pro Stunde abbremsen. Jede Bremsscheibe hat eine Masse von 2 kg und eine Wärmekapazität von 0,477 J/(gK). Es soll angenommen werden, dass die Differenz der kinetischen Energie in Wärme umgesetzt wird.

- Um welchen Betrag reduziert sich die kinetische Energie, wenn Sie auf $v =$ 40 km pro Stunde abbremsen?
- Um welche Temperatur erwärmen sich die Bremsscheiben, wenn Sie zum Stehen gekommen sind?

Prüfungsteil „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel

- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

18 Punkte, 30 Minuten

Name: ______________________________

Hinweise:

- Beschriften Sie alle Blätter, die Lösungsteile enthalten, mit Ihrem Namen!
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabennummer	Punkte	Korrektor
1		
2		
3		
$\sum$		

Aufgabe 1 – Momentanleistung **(4 Punkte)**

Gegeben ist der Zeitverlauf der Momentanleistung $p(t)$ an einem linearen passiven Zweipol gemäß Abb. 1.

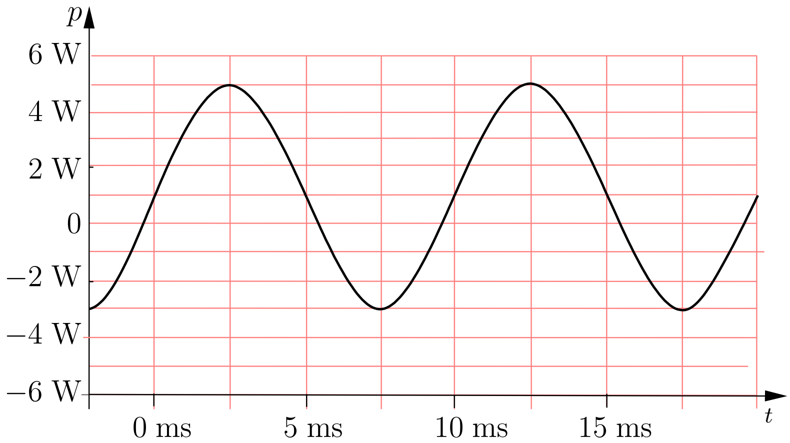


Abbildung 1: Zeitverlauf der Momentanleistung

a) Bestimmen Sie die Frequenz f_u der Spannung $u(t)$, welche über dem Zweipol abfällt!

b) Bestimmen Sie die Wirkleistung P!

c) Bestimmen Sie die Scheinleistung S!

d) Bestimmen Sie den Betrag der Blindleistung $|Q|$!

Aufgabe 2 – Drehstrom **(7 Punkte)**

Das Netzwerk in Abb. 2 besteht aus einem unsymmetrischen Verbraucher und einem starren, symmetrischen Dreiphasennetz, das von drei Stromquellen gebildet wird. Es gilt: $\underline{I}_{12} = \frac{20}{\sqrt{3}}\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}150°}$, $\underline{I}_{23} = \frac{20}{\sqrt{3}}\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}90°}$, $\underline{I}_{31} = \frac{20}{\sqrt{3}}\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}30°}$, $\underline{Z}_{12} = 50\,\Omega\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}10°}$, $\underline{Z}_{23} = 35\,\Omega\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}30°}$ und $\underline{Z}_{31} = 10\,\Omega$.

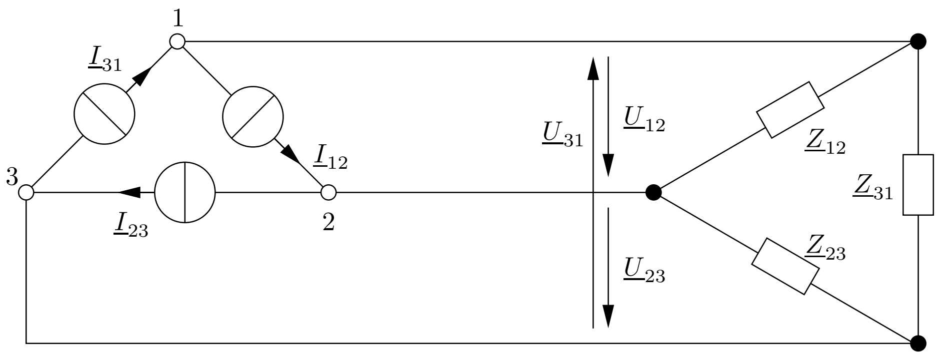


Abbildung 2: Unsymmetrische Last an symmetrischer Stromversorgung

Berechnen Sie die Leiterspannungen $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$ und $\underline{U}_{31}$ nach Betrag und Phase!

Aufgabe 3 – Potential von Punkt- und Linienladung **(7 Punkte)**

Gegeben ist eine Punktladung Q im Ursprung eines Koordinatensystems nach Abb. 3. Es gilt: $\varphi_1 = 4\,\mathrm{V}$. Im gesamten Raum gilt $\varepsilon = \varepsilon_0$.

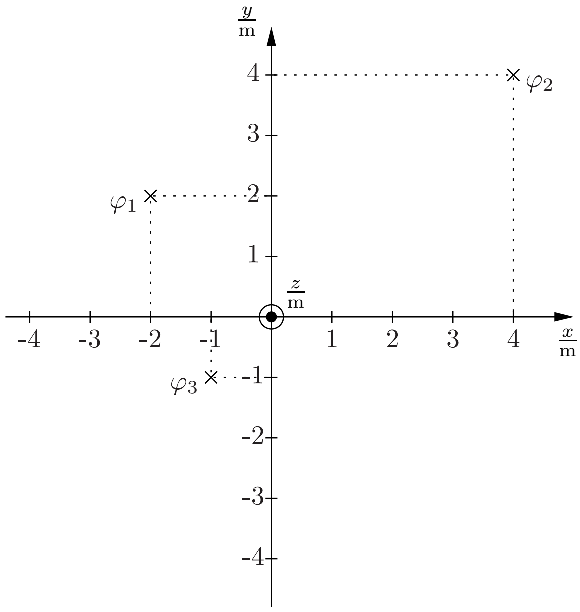


Abbildung 3: Potentiale in der $x-y-$Ebene bei $z = 0$

a) Berechnen Sie die Potentiale φ_2 und φ_3!

Im Folgenden wird die Punktladung durch eine unendlich lange, in $z-$Richtung verlaufende Linienladung der Linienladungsdichte λ ersetzt. Es gilt weiterhin $\varphi_1 = 4\,\mathrm{V}$. Für das Potential im Punkt $(x = 3\,\mathrm{m}, y = 3\,\mathrm{m}, z = 0)$ gilt $\varphi_B = 0\,\mathrm{V}$.

b) Berechnen Sie die Linienladungsdichte λ!

c) Berechnen Sie die Potentiale φ_2 und φ_3!

Signale / Systeme und
Regelungstechnik

Test: Teil C1 „Signale/Systeme“

Alle Antworten sind zu begründen!

<u>Zugelassene Hilfsmittel:</u>
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C1)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Test „Signale und Systeme“

Aufgabe 1

Gegeben ist ein lineares System mit der Zuordnungsvorschrift $f(t) \rightarrow g(t) = af(t + t_0)$.

1.1 Unter welcher Bedingung ist das System kausal?
1.2 Bestimmen Sie die Impulsantwort des Systems.

Das Eingangssignal sei $f(t) = \sin(2\omega_0 t)$.

1.3 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $G(j\omega)$ von $g(t)$ und skizzieren Sie $|G(j\omega)|$

Aufgabe 2

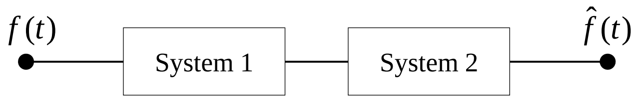
Die Folge $\{x(k)\}$ am Eingang eines diskreten LTI Systems ergibt am Ausgang die Folge:

$$\{y(k)\} = a_0\{x(k)\} + a_2\{x(k-2)\} + b_1\{y(k-1)\}$$

2.1 Berechnen Sie die Systemfunktion $H(z)$ des Systems.
2.2 Skizzieren Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm für $a_0 = b_1 = 0.5$ und $a_2 = 2$.
2.3 Ist das System für die in 2.2 gegebenen Werte stabil? Begründen Sie.

Aufgabe 3

Es wird eine Kettenschaltung aus System 1 und 2 betrachtet.



Das System 1 wird mit der Zeitfunktion

$$f(t) = \frac{1}{4}\sin(3\omega_0 t - \varphi_0)$$

erregt.
Hinweis:

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

3.1 Geben Sie allgemein die Darstellung der Funktion $f(t)$ als reelle Fourierreihe dar.

3.2 Berechnen Sie die reellen Fourierkoeffizienten von $f(t)$.

Die Zuordnungsvorschrift des System 1 lautet:

$$f(t) \rightarrow g(t) = f^2(t) - f(t)$$

3.3 Geben Sie eine Übertragungsfunktion für das zeitinvariante System 2 an, damit am Ausgang für $\hat{f}(t)$ die ursprüngliche Funktion $f(t)$ erscheint.

Hinweis:

$$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$$

Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System $f(t) \rightarrow g(t)$ mit der Impulsantwort:

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\frac{t}{T}} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet

$$f(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t < 0 \cap t > T \end{cases}$$

4.1 Geben Sie in allgemeiner Form die Vorschrift für die Berechnung der Reaktion $g(t)$ auf die Erregung $f(t)$.

4.2 Berechnen Sie die Reaktion $g(t)$ im Bereich $0 \leq t$.

Signale / Systeme und
Regelungstechnik

Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

<u>Zugelassene Hilfsmittel:</u>

- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C2)

Name:..

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Regelungstechnik I

Aufgabe 1

Gegeben ist das System $F_1(s)$ (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$), das mit dem Regler $F_{R1}(s)$ geregelt werden soll (neg. Rückführung). Es gilt

$$F_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{5}{s^2 + s + 1}, \quad F_{R1}(s) = \frac{1 + 4\,s}{2\,s}. \tag{1}$$

a) Geben Sie den Reglertyp des Reglers $F_{R1}(s)$ und seine Parameter an.

b) Skizzieren Sie den Frequenzgang $F_1(j\omega)$ der Regelstrecke in der komplexen Ebene.

Aufgabe 2

Gegeben ist ein System mit der Übertragungsfunktion $F_2(s)$, das mit einem Regler mit der Übertragungsfunktion $F_{R2}(s)$ in negativer Rückführung geregelt wird. Es gilt:

$$F_2(s) = \frac{s+4}{(s+1)^2}, \qquad F_{R2}(s) = \frac{4\,K_R}{s}, \qquad K_R > 0$$

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises.

b) Markieren Sie die Stelle der WOK, an der die Eigenbewegung eine Dauerschwingung enthält.

Regelungstechnik II

Aufgabe 3

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingang $u(t)$, Ausgang $y(t)$, Zustand $x(t)$) lautet

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t), \quad y(t) = c^T\,x(t) \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Ist das System asymptotisch stabil?

b) Wie lautet ein Zustandsregler $u(t) = k^T x(t)$, der zu Eigenwerten des geschlossenen Kreises bei $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$ führt?

Aufgabe 4

Gegeben ist das nichtlineare System $\quad \dot{x} = f(x) = \begin{pmatrix} -x_1^3 \\ -(1 + x_1^2)\,x_2 \end{pmatrix}.$

a) Bestimmen Sie die Ruhelage x_R des Systems.

b) Beurteilen Sie mit Hilfe der direkten Methode von Ljapunov die Stabilität der Ruhelage x_R.