Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2016

Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

A. Mathematik und Physik
B. Grundlagen der Elektrotechnik
C. C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt **30 Minuten**. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

Test: Teil A „Mathematik und Physik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil A 30 Minuten

6 Aufgaben (Teil A)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Σ			

Aufgaben aus der Mathematik

(Februar 2016)

Aufgabe 1:
Ermitteln Sie die Lösung $\mathbf{x}(t)$ der folgenden Differentialgleichung

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\,\mathbf{x},$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung kann als Summe von zwei Fundamentallösungen dargestellt werden

$$\mathbf{x}(t) = A\mathbf{a}_1 e^{\lambda_1 t} + B\mathbf{a}_2 e^{\lambda_2 t}.$$

Bestimmen Sie zunächst die Größen λ_1 und λ_2 sowie die Vektorkoeffizienten $\mathbf{a}_1$ und $\mathbf{a}_2$ mit Hilfe des Lösungsansatzes $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 e^{\lambda t}$. Danach sollen die skalaren Größen A und B ermittelt werden, wenn $\mathbf{x}(0) = (1,0)^T$ vorgegeben ist.

Aufgabe 2:
Gegeben seien ein Vektorfeld $\vec{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ in kartesischen Koordinaten $\vec{r} = (x,y,z)^T$ ($\|\vec{r}\| := \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ ist der Betrag von $\vec{r}$), das in folgender Weise definiert ist

$$\vec{F}(\vec{r}) = \gamma \frac{1}{\|\vec{r}\|^2} \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}$$

Bestimmen Sie $\mathrm{div}(\vec{F})$ und $\mathrm{rot}(\vec{F})$.

Aufgabe 3:
Bestimmen Sie den Integralwert

$$\iint_D f(x,y)\,dx\,dy$$

mit $f(x,y) = x + 2y$, wobei das Gebiet D in folgender Weise definiert ist

$$D := \{(x,y) \in R^2 | -1 \le x \le +1 \text{ und } x^2 \le y \le 2 - x^2\}. \tag{1}$$

Skizzieren Sie das Gebiet D in der Ebene.

Aufgaben aus der Physik
(Februar 2016)

Aufgabe 1:

Ein Heißluft-Ballon steigt senkrecht mit einer konstanten Geschwindigkeit $v_0 = 12\,m/s$ auf. In der Höhe $h = 80\,m$ über dem Erdboden wird ein kleiner Sandsack abgeworfen. Nach welcher Zeit t_F kommt der Sandsack auf dem Erdboden an? (Rechnen Sie für die Zahlenwerte vereinfachend mit $g = 10\,m/s^2$).

Aufgabe 2

Bei einer Temperatur von $15°C$ und einem Luftdruck von 1,0 bar beträgt der Überdruck in einem Autoreifen 2,1 bar. Die Luft im Reifen kann mit der idealen Gasgleichung modelliert werden. Während einer Fahrt erwärmt sich der Reifen auf eine Temperatur von $45°C$. Berechnen Sie, welcher Überdruck bei dieser Temperatur im Reifen herrscht. die Volumenänderung des Reifens kann dabei vernachlässigt werden.

Aufgabe 3

Mit einer Linse der Brennweite f=120 mm wird ein Dia mit den Abmessungen 6,0 cm * 6,0 cm auf einer Projektionswand, die 2,5 m von der Linse entfernt ist, scharf abgebildet. Skizzieren Sie die Anordnung und Berechnen Sie die Abmessungen des Bildes.

Prüfungsteil „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

19 Punkte (30 Minuten)

Name:.. Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor
1		
2		
3		
Σ		

Ausschnitt aus einem Netzwerk (5 Punkte)

Gegeben ist der Ausschnitt aus einem Netzwerk gemäß Abb. 1.

Es gilt: $I_1 = 3$ A, $I_2 = -4$ A, $\varphi_0 = 0$ V, $U = 3$ V und $R = 1\ \Omega$.

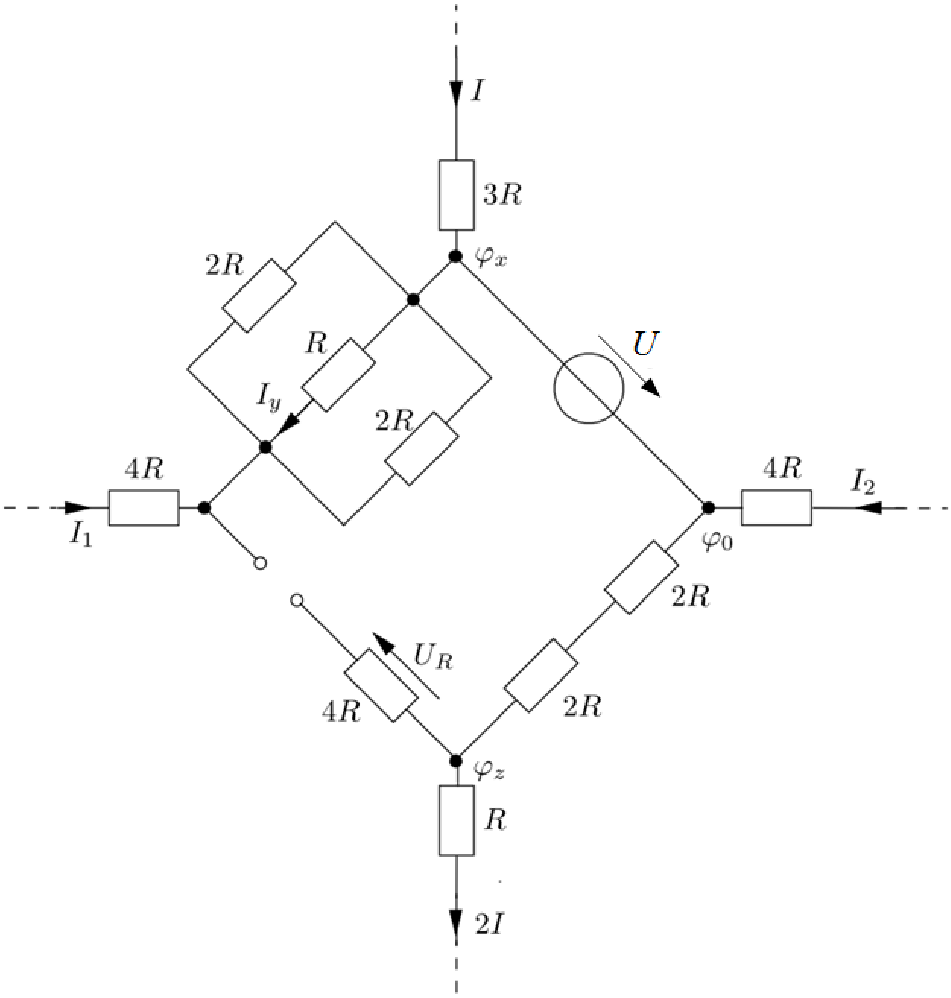


Abbildung 1: Ausschnitt aus einem Netzwerk

a) Berechnen Sie das Potential φ_x!

b) Berechnen Sie den Strom I_y!

c) Berechnen Sie den Strom I!

d) Berechnen Sie das Potential φ_z!

e) Berechnen Sie die Spannung U_R!

Grenzschicht (9 Punkte)

Gegeben ist eine ebene Grenzschicht zwischen zwei leitfähigen Materialien nach Abb. 2. Material 1 weist die Permittivität $\varepsilon = \varepsilon_0$, die Permeabilität $\mu = \mu_0$ und die Leitfähigkeit $\kappa = \kappa_0$ auf. Material 2 weist die Permittivität $\varepsilon = 3\,\varepsilon_0$, die Permeabilität $\mu = 5\,\mu_0$ und die Leitfähigkeit $\kappa = 2\,\kappa_0$ auf. Es gilt: $\vec{E} = -E_0\,\vec{e}_x$. Die Größen κ_0 und E_0 sind gegeben.

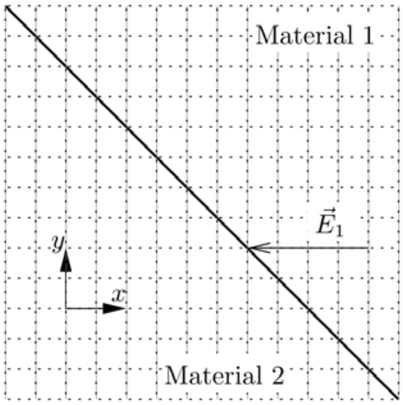


Abbildung 2: Grenzschicht zwischen zwei Materialien

Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{E}_2$, die elektrische Flussdichte $\vec{D}_2$ und die Stromdichte $\vec{S}_2$ im Material 2 in Abhängigkeit von den gegebenen Größen!

Netzwerk mit periodischer Erregung (5 Punkte)

Gegeben ist das lineare Netzwerk mit der periodischen Erregung

$$i(t) = I_0\,[5 + 0{,}7\,\sin(\omega_1\,t) + \frac{1}{3}\cos(3\,\omega_1\,t)]$$

nach Abb. 3. Es gilt: $\omega_1 = 1000\,\frac{1}{s}$, $L = 10$ mH, $R = 100\ \Omega$ und $I_0 = 1$ A.

Alle Ausgleichsvorgänge sind abgeschlossen.

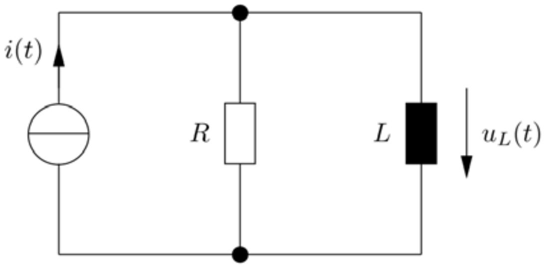


Abbildung 3: Induktives Netzwerk

Berechnen Sie $u_L(t)$!

Signale / Systeme und
Regelungstechnik

Test: Teil C1 „Signale/Systeme“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C1)

Name:..

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Test „Signale und Systeme“

Aufgabe 1

Gegeben ist ein lineares System mit der Zuordnungsvorschrift $f(t) \rightarrow g(t) = af(t + t_0)$.

1.1 Unter welcher Bedingung ist das System kausal?
1.2 Bestimmen Sie die Impulsantwort des Systems.

Das Eingangssignal sei $f(t) = \sin(2\omega_0 t)$.

1.3 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $G(j\omega)$ von $g(t)$ und skizzieren Sie $|G(j\omega)|$

Aufgabe 2

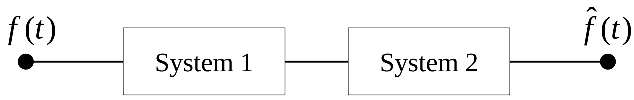
Die Folge $\{x(k)\}$ am Eingang eines diskreten LTI Systems ergibt am Ausgang die Folge:

$$\{y(k)\} = a_0\{x(k)\} + a_2\{x(k-2)\} + b_1\{y(k-1)\}$$

2.1 Berechnen Sie die Systemfunktion $H(z)$ des Systems.
2.2 Skizzieren Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm für $a_0 = b_1 = 0.5$ und $a_2 = 2$.
2.3 Ist das System für die in 2.2 gegebenen Werte stabil? Begründen Sie.

Aufgabe 3

Es wird eine Kettenschaltung aus System 1 und 2 betrachtet.



Das System 1 wird mit der Zeitfunktion

$$f(t) = \frac{1}{4}\sin(3\omega_0 t - \varphi_0)$$

erregt.
Hinweis:

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

3.1 Geben Sie allgemein die Darstellung der Funktion $f(t)$ als reelle Fourierreihe dar.

3.2 Berechnen Sie die reellen Fourierkoeffizienten von $f(t)$.

Die Zuordnungsvorschrift des System 1 lautet:

$$f(t) \rightarrow g(t) = f^2(t) - f(t)$$

3.3 Geben Sie eine Übertragungsfunktion für das zeitinvariante System 2 an, damit am Ausgang für $\hat{f}(t)$ die ursprüngliche Funktion $f(t)$ erscheint.

Hinweis:

$$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$$

Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System $f(t) \rightarrow g(t)$ mit der Impulsantwort:

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\frac{t}{T}} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet

$$f(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t < 0 \cap t > T \end{cases}$$

4.1 Geben Sie in allgemeiner Form die Vorschrift für die Berechnung der Reaktion $g(t)$ auf die Erregung $f(t)$.

4.2 Berechnen Sie die Reaktion $g(t)$ im Bereich $0 \leq t$.

Signale / Systeme und
Regelungstechnik

Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
• nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
• Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C2)

Name:..

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Regelungstechnik I

Aufgabe 1

Gegeben ist das System $F_1(s)$ (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$), das mit dem Regler $F_{R1}(s)$ geregelt werden soll (neg. Rückführung). Es gilt

$$F_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{4\,s^2 + s + 1}, \quad F_{R1}(s) = 5\,\frac{1 + 2\,s}{2\,s}. \tag{1}$$

a) Geben Sie den Reglertyp des Regler $F_{R1}(s)$ und seine Parameter an.

b) Skizzieren Sie das Blockschaltbild des geschlossenen Regelkreises mit der Führungsgröße $W(s)$ (Sollwert) als Eingangs- und der Regelgröße $Y(s)$ als Ausgangsgröße.

c) Bestimmen Sie die Führübertragungsfunktion $F_W(s) = \frac{Y(s)}{W(s)}$ des geschlossenen Regelkreises.

Aufgabe 2

Ein dynamisches System (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$), beschrieben durch die Übertragungsfunktion

$$F_2(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1 + \frac{1}{2}\,s}{s}$$

wird mit einem P-Regler (Verstärkung $K_R > 0$, negative Rückführung) geregelt.

a) Skizzieren Sie den Frequenzgang $F_O(j\omega)$ des offenen Regelkreises für $K_R = 1$ in der komplexen Ebene.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums, für welche Werte von K_R der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil ist?

Regelungstechnik II

Aufgabe 3

Gegeben ist ein System mit der Übertragungsfunktion $F_3(s)$, das mit einem Regler mit der Übertragungsfunktion $F_{R3}(s)$ in negativer Rückführung geregelt wird. Es gilt:

$$F_3(s) = \frac{1}{s^2} \quad , \qquad F_{R3}(s) = K_R \frac{s+1}{\frac{1}{3}\,s + 1}, \qquad K_R > 0$$

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises. Berechnen Sie hierzu den Wurzelschwerpunkt σ_w.

b) Ist für gewisse K_R eine Eigenbewegung des geschlossenen Kreises ohne Schwingungen möglich?

Aufgabe 4

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingang $u(t)$, Ausgang $y(t)$, Zustand $x(t)$) lautet

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t), \quad y(t) = c^T\,x(t) \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Ist das System asymptotisch stabil?

b) Wie lautet die Systemmatrix A_D der Systemdarstellung in Diagonalform für dieses System?

c) Wie lautet die Systemmatrix A_R der Systemdarstellung in Regelungsnormalform für dieses System?